

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG NĂM 2014
MÔN: TOÁN

Câu 1

a. Khảo sát hàm số

Hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

1. Tập xác định: $D = (-\infty ; +\infty)$

2. Sự biến thiên

a) Đạo hàm

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 ; x = 2.$$

\Rightarrow Hàm số đạt 2 cực trị tại: A (0 ; -1), B (2 ; 3)

b) Giới hạn và các đường tiệm cận

+ Giới hạn tại vô cực

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$$

c) Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-\infty$	-	0	+
y	$+\infty$	↘	↗	$-\infty$
		-1	3	

d) Chiều biến thiên và các cực trị

+ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty ; 0)$

+ Hàm số đồng biến trên $(0 ; 2)$

+ Hàm số nghịch biến trên $(2 ; +\infty)$

+ Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$; giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$

+ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$; giá trị cực tiểu của hàm số là $y = -1$

3. Đồ thị

a) Giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ

+ Giao điểm của hàm số với trục Ox

$$y = 0 \Leftrightarrow x = -0,532089 ; x = 0,652704 ; x = 2,879385 .$$

+ Giao điểm của hàm số với trục Oy

$$x = 0 \Leftrightarrow y = -1.$$

b) Nhận xét

+ Đồ thị hàm số nhận điểm uốn F (0 ; 3) làm

tâm đối xứng

c) Vẽ đồ thị hàm số

b.

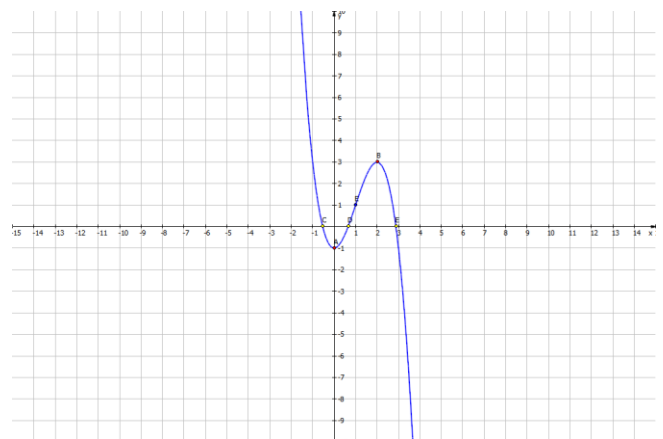
Gọi điểm thuộc (C) có hoành độ là 1 là M, thì M có tung độ: $y_M = -1^3 + 3.1^2 - 1 = 1$. Vậy M (1,1).

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ 1 là:

$$(y - y_M) = y'(x_M).(x - x_M)$$

$$\Leftrightarrow y - 1 = 3(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow y = 3x - 2$$



Câu 2.

$$2z - i\bar{z} = 2 + 5i$$

Gọi $z = a + bi$

$$\Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\Leftrightarrow 2(a + bi) - i(a - bi) = 2 + 5i$$

$$\Leftrightarrow 2a + 2bi - ai - b = 2 + 5i$$

$$\Leftrightarrow 2a - b + (2b - a)i = 2 + 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 2 \\ 2b - a = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

\Rightarrow Phần thực của z là: 3

Phần ảo của z là: 4

Câu 3:

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^2 + 2\ln x}{x} dx &= \int_1^2 x dx + \int_1^2 \frac{2\ln x}{x} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + \int_1^2 2\ln x \cdot d(\ln x) \\ &= 2 - \frac{1}{2} + \ln^2 x \Big|_1^2 \\ &= \frac{3}{2} + \ln^2 2 \end{aligned}$$

Câu 4: Giải phương trình

$$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$$

Đặt: $3^x = t$ ($t > 0$)

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì $x = 0$

Với $t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$

Vậy phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$

Câu 5

Đường thẳng (d') đi qua A vuông góc với (d) nên ta có:

$$4(x + 2) + 3(y - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x + 3y - 7 = 0$$

Mặt khác ta lại có: $d(A; (d)) = \frac{|3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5$

Suy ra M là hình chiếu A lên (d) nên M chính là giao điểm của (d) và (d')

Vậy tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x-4y+1=0 \\ 4x+3y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

Kết luận: Vậy M(1;1)

Câu 6

Ta có phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) có VTCP là VTPT của (P)

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x=2+1t \\ y=1+2t \\ z=-1-2t \end{cases} \Rightarrow A'(2+t, 1+2t, -1-2t)$$

A' là giao điểm của d với (P)

$$\Rightarrow A' \in (P)$$

$$\Rightarrow 2+t+2(1+2t)-2(-1-2t)+3=0$$

$$\Leftrightarrow 2+t+2+4t+2+4t+3=0$$

$$\Leftrightarrow 9+9t=0$$

$$\Rightarrow t=-1$$

$$\Rightarrow A'(1, -1, 1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 4) \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; -2)$$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng chứa A, B và \perp (P) là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (-10; 2; -3)$$

\Rightarrow Mặt phẳng cần tìm là:

$$-10(x-2)+2(y-1)-3(z+1)=0$$

$$\Leftrightarrow -10x+2y-3z+15=0$$

Câu 7

Do ABCD là hình vuông cạnh a nên ta có AC là đường chéo nên có cạnh là $a\sqrt{2}$

Do SC tạo với đáy một góc bằng 45 độ, mà SA lại vuông góc với (ABCD) nên ta

$$\text{có: } SA = AC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{2}}{3} \text{ (đvtt)}$$

Ta lại có CD vuông góc với AD, và CD vuông góc với SA nên CD sẽ vuông góc với (SAD), do đó (SCD) vuông góc với (SAD). Từ A kẻ AH vuông góc với SD tại H. Suy ra AH chính là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

$$\text{Vậy: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$\text{Suy ra } AH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Câu 8.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \quad (1) \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y \quad (2) \end{cases}$$

Từ pt (2): $x^2 - x(y-1) - 2y^2 - 2y = 0$

Có $\Delta x = (y-1)^2 + 8y^2 + 8y$

$\Delta x = 9y^2 + 6y + 1 = (3y+1)^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{y-1-(3y+1)}{2} = -y-1 \\ x = \frac{y-1+3y+1}{2} = 2y \end{cases}$$

* Với $x = 2y$ thay vào (1) ta được:

$$4y^2 + 2y^2 + y^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow 7y^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow y = \pm 1 \Rightarrow x = \pm 2$$

* Với $x = -y-1$ thay vào (1) ta được:

$$y^2 + 2y + 1 - y^2 - y + y^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow y^2 + y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \Rightarrow x = -3 \\ y = -3 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm: $(2;1), (-2;-1), (-3;2), (2;-3)$

Câu 9.

$$f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{5-x}$$

TXĐ: $[0;5]$

Có: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = \frac{2\sqrt{5-x} - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{5-x}}$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{5-x} - \sqrt{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{5-x} = \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 4(5-x) = x$$

$$\Leftrightarrow 20 = 5x \Leftrightarrow x = 4 \in TXĐ$$

Ta có: $f(0) = \sqrt{5}; f(5) = 2\sqrt{5}; f(4) = 2.2 + 1 = 5$

$\Rightarrow \text{Max } f(x) = 5 \text{ tại } x = 4$

$\text{Min } f(x) = \sqrt{5} \text{ tại } x = 0$